# חדו"א

## חשבון דיפרנציאלי:

- כאשר גוזרים פונקציה יש לשים לב לחוקי הגזירה. נסתכל לדוגמה על הפונקציה הבאה:

$f(x) = (ln(2x))^3$

אנו עושים במקרה כזה נגזרת של פונקציה מורכבת, ז"א שאנו מגדירים פונקציה, נניח $g(x)$ ואז גוזרים את הפונקציה:

$f(x) = g(x)^3$

ולכן הנגזרת היא $f'(x) = 3 \cdot (g(x)) \cdot g'(x)$, ז"א:

$f'(x) = 3 \cdot (ln(2x))^2 \cdot [ln(2x)]' = 3 \cdot (ln(2x))^2 \cdot \frac{1}{2x} \cdot 2 = \frac{3}{x} \cdot (ln(2x))^2$

- נא להסתכל על תרגיל 5 בעמוד 990 -

- לפעמים (במיוחד בבעיות עם פרמטרים) קשה לקבוע את סוג הקיצון בעזרת טבלה ולכן ממולץ לעבוד עם נגזרת שנייה, יש לשים לב לת"ה של הפרמטר.

- בהרבה פעמים מבקשים סקיצה של גרף הפונקציה בלי שביקשו אסימפטוטות. במקרים אלו חובתכם לשרטט את הסקיצה המדויקת ביותר שניתן. דרכי הפעולה לסרטוט סקיצה הם:

1. תחום הגדרה - שימו לב שתחום ההגדרה קובע איפה הפונקציה תעבור.
2. נקודות קיצון - יש לבדוק גם בקצוות תחום ההגדרה, יכול להיות שיש קיצון מקומי וגלובלי.
3. תחומי עלייה וירידה - לפי טבלה או לפי נגזרת שנייה.
4. אסימפטוטות - אם לא ביקשו במפורש בשאלה למצוא אסימפטוטות אתם יכולים לבדוק ע"י הצבת מספרים מה קורה לפונקציה. אל תשכחו להתחשב באסימפטוטות בסקיצה (ניתן לחתוך את האסימפטוטה המקבילה לציר ה-$x$, ז"א אסימפטוטה מהצורה $y = a$, ניתן לבדוק אם יש חיתוך ע"י בדיקת $a = f(x)$).
5. פיתול וקעירות - בחלק מהמקרים זה נדרש.

- בנקודת הפיתול הנגזרת השנייה מתאפסת. הפונקציה קעורה מעלה כאשר הנגזרת השנייה חיובית, הפונקציה קעורה מטה כאשר הנגזרת השנייה שלילית.

- חלק מהשאלות דורשות חשיבה הגיונית! אם אנכם מצליחים ישירות לראות את הדרך לפתרון תעבדו לפי הדרכים שאתם מכירים ותראו מה ניתן להסיק מהתוצאות - השאלות אינן תמיד טריוואליות.

- בבואנו לפתור שאלה העוסקת בבעיות קיצון נרצה לבנות פונקצית מטרה המתארת את הבעיה (אורך, שטח, מספר מקסימלי או מינימלי וכו'...). כאשר גוזרים את פונקצית המטרה ומשוים לאפס מקבלים ערך החשוד כקיצון, לא לשכוח לבדוק האם זהו ערך קיצון ואם כן איזה סוג (בעזרת נגזרת שנייה).

### חשבון אינטגרלי:

- כאשר רושמים את האינטגרל לא לשכוח $dx$ בסוף.
- באינטגרלים ללא גבולות יש להוסיף את קבוע האינטגרציה לתוצאה!
- בהרבה בעיות לא ניתן ישירות לעשות אינטגרציה. לפעמים תקבלו ביטוי כגון:

$f(x) = \frac{ln(x)}{x}$

ע"מ לעשות אינטגרל על הפונקציה יש לעבור למשתנה אחר (שיטת ההצבה).

$$\int \frac{ln(x)}{x}dx \quad \rightarrow \quad \begin{cases} u = ln(x) \\ du = \frac{1}{x}dx \end{cases} \quad \rightarrow \quad \int udu = \frac{u^2}{2} \quad \rightarrow \frac{ln^2(x)}{2} + c$$

- אינטגרלים בצורת פולינום יש לפתור ע"י חילוק פולינום.

  - נא להסתכל על תרגיל 5 בעמוד 1011 -

- כאשר מחשבים שטח שימו לב שאתם מחשבים את השטח שהתבקשתם! לעיתים מבקשים לחשב שטח מעל גרף הפונקציה, אך תלמידים טועים ומחשבים את השטח מתחת לגרף הפונקציה.
- במידה ורוצים לחשב שטח הכלוא ע"י פונקציה $f(x)$ ופונקציה $g(x)$ בין הגבולות $a$ עד $b$ אך הפונקציות מתהפכות ב $x = c$ אז נחלק לשני אינטגרלים. נניח ובתחום $[a, c]$ מתקיים $f(x) > g(x)$ ובתחום $[c, b]$ מתקיים $g(x) > f(x)$ אז השטח בין שני הפונקציות יחושב כך:

$\int_a^c [f(x) - g(x)]dx + \int_c^b [g(x) - f(x)]dx$

- הנוסחא לחישוב נפח גוף סיבוב סביב ציר $x$ היא $V = \pi \int_{x_1}^{x_2} [f(x)]^2 dx$, נוחסא זו לא נמצאת בדף הנוסחאות.
- בחישוב נפח גוף סיבוב אנא שימו לב שאתם מחשבים את נפח הגוף המבוקש.

  - נא להסתכל על תרגיל 5 בעמוד 988 -

## וקטורים

- וקטור הנורמל למישור הוא וקטור המקדמים של המישור הנתון בהצגה כללית (הצגה בצורת משוואה).
- כאשר רוצים לעבור מהצגה פרמטרית של מישור להצגה כללית ניתן להיעזר במכפלה וקטורית (הדטרמיננטה שראינו בשיעור) - אך חובה להסביר. הסבר הגיוני:

> נחשב את וקטור הנורמל למישור ע"י מכפלה וקטורית. מכפלה וקטורית באה לחשב את הוקטור המאונך לשני וקטורים נתונים. נתונים שני וקטורי כיוון על המישור שאינם מקבילים ואינם על אותו ישר ולכן המכפלה הוקטורית שלהם תיתן את הוקטור המאונך להם. וקטור מאונך למישור הוא וקטור הנורמל למישור ולכן המכפלה הוקטורית נותנת את וקטור הנורמל למישור.

- בבעיות בהם מבקשים נפח גוף יש לעבוד לפי הנוסחה לנפח של אותו גוף. בהרבה בעיות נצטרך למצוא את הגובה של אותו גוף ע"מ לחשב את נפחו, הגובה מחושב לעיתים קרובות ע"י מרחק נקודה ממישור. הנקודה היא הקודקוד העליון של הגוף והמישור הוא בסיס הגוף.

- נא להסתכל על תרגיל 3 בעמוד 987 -

- בבעיות רבות במכפלה הסקלרית הרבה ביטווים מתאפסים בגלל שהמכפלה של שני וקטורים (לאחר פיתוח המכפלה הסקלרית) מתאפסת או מצטמצמת ואז אנו נשארים עם ביטוי פשוט יותר.

- נא להסתכל על תרגיל 2 עמוד 987 -

- מכפלה סקלרית נותנת סקלר, לא וקטור.
- בהרבה בעיות יש להשתמש בנתונים הגאומטריים של הבעיה, לדוגמה, במנסרה ישרה הפאות והמקצועות מאונכים לבסיסים וגודלם של המקצועות שווים.
- בבעיות בהם הפאון מונח על הצירים יש לשים לב לקשר בין אורכי המקצועות הנמצאים על הצירים לנקודות.
- לפעמים נקבל מישורים קצת "מוזרים" כגון $z = 0$, אין דאגה, זהו מישור לכל דבר המישור מייצג את מישור $xy$.
- ניתן למצוא ישר ע"י שני מישורים נחתכים, זהו ישר החיתוך של המישורים.
- נא לחזור על המצב ההדי של מישורים, ישרים וישר ומישור!

# גאומטריה אנליטית

## נקודה, ישר, מעגל, פרבולה ואליפסה

- לשים לב שיש קשר בין המשוואה הנתונה (לדוגמה אליפסה) לגדלים הגאומטריים, כגון מרחקים בין המוקדים, נקודות חיתוך עם הצירים וכו'...
- לחזור על משוואות משיק לפרבולה, מעגל ואליפסה.

- נא להסתכל על תרגיל 1 בעמוד 1002 -

- שטח מרובע שאלכסוניו מאונכים הוא מחצית ממכפלת האלכסונים. מרובעים בעלי אלכסונים מאונכים הם: דלתון, מעוין, ריבוע.
- שטח מקבילית הוא מכפלת אורך צלע בגובה אליה, אך ניתן גם לחשב שטח מקבילית ע"י כפל פי 2 של משולש היוצר את המקבילית (משולש ABC במקבילית ABCD).

- נא להסתכל על תרגיל 3 בעמוד 987 (וקטורים) -

- תמיד תסרטטו את הבעיה, שלב זה מקל מאוד בהמשך התרגיל.
- יש מספר דרכים להגיע לפתרון הנכון.

## מקומות גאומטריים

- בבעיות אלו הכרחי לשרטט את הבעיה! תשתדלו לשרטט את המקרה הכללי ביותר.
- נוסחאות שבהם יש שימוש נרחב הן: מרחק בין נקודות, משוואת מעגל, משוואת אליפסה ומשפט פיתגורס.
- בהרבה שאלות יש לדעת קשרים גאומטריים פשוטים כגון: במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס, התיכון לבסיס חוצה זוית הראש והאנך האמצעי לבסיס מתלכדים לישר אחד.
- לעיתים נדרש להשתמש במשפט תלס. נניח ומנקודה A יוצאים שני ישרים, ישר AC וישר AB, על ישר AC מתקיימת נקודה E ועל ישר AB מתקיימת נקודה D. אם $DE||BC$ אז בהכרח מתקיים $\frac{AC}{CE} = \frac{AB}{AD}$, ולהיפך.